

Il calcolo dell'indice di aderenza

Premessa

L'aderenza riveste un ruolo importante nelle strutture in calcestruzzo armato in quanto consente il trasferimento degli sforzi di trazione nelle barre di armatura al calcestruzzo circostante e quindi al resto della struttura.

Mentre nelle barre lisce (FeB22k e FeB32k del vigente D.M.) l'aderenza è dovuta principalmente all'adesione chimica e all'attrito, nelle barre ad aderenza migliorata (FeB38k e FeB44k del vigente D.M.) il contributo più significativo è dovuto alla particolare conformazione geometrica che consente un'ingranamento tra nervature in acciaio e dentelli in calcestruzzo (figura 1).

Per le barre ad aderenza migliorata le norme assegnano uno sforzo di aderenza almeno doppio rispetto a quello delle barre lisce. Per le barre lisce è inoltre prescritto che alle estremità vengano realizzati degli uncini di ancoraggio.

Nella pratica costruttiva sono attualmente utilizzate esclusivamente barre ad aderenza migliorata.

Per caratterizzare la particolare geometria è stato introdotto il cosiddetto "indice di aderenza", indice che tiene conto della presenza e delle dimensioni delle nervature presenti sulla superficie della barra e che dovrebbe quantificare l'attitudine di una determinata geometria a sopportare sforzi di aderenza.

L'esatto comportamento in termini di aderenza può essere determinato comunque solo attraverso prove sperimentali su provini di calcestruzzo con annegata la barra di acciaio, come per le prove di beam-test o di pull-out. Con tali prove si può inoltre correlare l'aderenza effettiva con l'indice di aderenza.

Definizione dell'indice di aderenza e formula generale

Nei confronti di una barra ad aderenza migliorata si può definire l'indice di aderenza come il rapporto tra la superficie delle nervature che si oppone allo scorrimento della barra e la superficie laterale della barra di lunghezza pari al passo delle nervature.

Se per semplicità si suppone di ottenere geometricamente una barra ad aderenza migliorata partendo da una barra tonda liscia di diametro f (figura 2) e aggiungendo sulla sua superficie con passo costante c delle nervature di superficie totale A_{np} , misurata proiettando le nervature su un piano ortogonale all'asse della barra, possiamo scrivere:

$$I_r = \frac{A_{np}}{pfc}$$

La superficie a numeratore può essere calcolata con la formula:

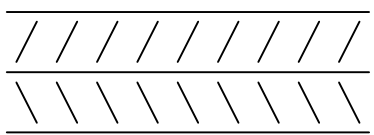
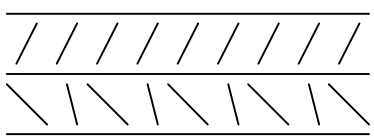
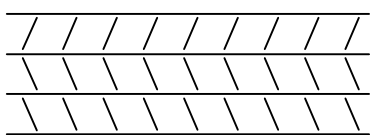
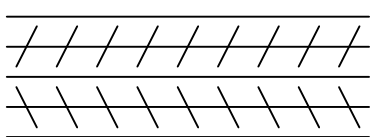
$$A_{np} = \sum_{j=1}^k A_{n(j)} \operatorname{sen} b_{(j)}$$

nella quale il numero dei termini della sommatoria k è pari al numero di nervature sulla circonferenza (2 nel caso di [figura 2](#)) ed è indicato normalmente come numero di facce, $A_{n(j)}$ è l'area della nervatura sulla faccia j -esima, misurata rispetto al suo piano medio e $\mathbf{b}_{(j)}$ è l'angolo che tale piano forma con l'asse della barra.

Per tenere conto che ogni faccia j -esima potrebbe avere un suo passo $c_{(j)}$ e che sulla medesima faccia le nervature possono avere m inclinazioni diverse, la formula generale proposta dalla norma [2] è la seguente¹:

$$I_r = \frac{1}{\mathbf{pf}} \sum_{j=1}^k \frac{\frac{1}{m} \sum_{l=1}^m A_{n(j,l)} \text{sen } \mathbf{b}_{(j,l)}}{c_{(j)}} \quad (1)$$

Nella seguente tabella sono indicate le geometrie delle usuali barre ad aderenza migliorata, con indicati gli indici k e m da utilizzare nella formula generale.

Tipologia di barra	Geometria usuale	Numero di facce k	Inclinazioni per faccia m
1 barra laminata a caldo non saldabile		2	1 1
2 barra laminata a caldo saldabile		2	1 2
3 filo trafilato a freddo		3	1 1 1
4 barra laminata a caldo "4 facce"		4	1 1 1 1

Calcolo dell'area della nervatura

Per il calcolo dell'area della nervatura la norma [2] propone la formula:

$$A_n = \sum_{x=1}^p h_{n(x)} \Delta l$$

dove $h_{n(x)}$ ([figura 3](#)) è l'altezza della nervatura nella posizione x , p è il numero di parti in cui la lunghezza della nervatura L_n viene suddivisa e $\Delta l = L_n / p$.

¹ Si tralascia il termine che tiene conto di nervature continue elicoidali.

La norma non specifica però il numero minimo di parti p ; dal punto di vista pratico è opportuno misurare un numero ridotto di altezze, di solito 3, ma con tale suddivisione gli errori di approssimazione possono non essere trascurabili.

L'area del profilo curvilineo della nervatura viene meglio approssimata usando la formula di Cavalieri-Simpson (figura 4):

$$A = \frac{\Delta l}{3} [(h_0 + h_p) + 2(h_2 + h_4 + \dots + h_{p-2}) + 4(h_1 + h_3 + \dots + h_{p-1})]$$

(p deve essere pari).

Nel caso di una nervatura le altezze iniziali e finali (h_0 e h_p) sono nulle e supponendo di suddividere in 4 parti, avremo solo 3 termini nella formula che diventa:

$$A = \frac{\Delta l}{3} [2h_2 + 4(h_1 + h_3)]$$

che riscritta ponendo $\Delta l = L_n / 4$ diventa:

$$A_n = L_n \frac{h_1 + \frac{h_2}{2} + h_3}{3} = L_n h_n \quad (2)$$

per cui l'area della nervatura può essere vista come il prodotto della lunghezza della nervatura per un'altezza fittizia h_n , calcolata come media di 3 altezze misurate in corrispondenza dei quarti della nervatura con peso $\frac{1}{2}$ per l'altezza centrale.

Formula semplificata

La formula generale (1) viene raramente utilizzata ma si utilizza una formula semplificata, proposta in [1]²:

$$I_r = k \frac{Lh \text{sen } \mathbf{b}}{pfc} \quad (3)$$

nella quale i termini L , h , $\text{sen } \mathbf{b}$ e c sono i valori medi delle grandezze $L_{n(j,l)}$, $h_{n(j,l)}$, $\text{sen } \mathbf{b}_{n(j,l)}$ e $c_{n(j)}$, mentre k è il numero di facce.

Seppure dal punto di vista matematico la formula semplificata sia diversa dalla formula generale, i valori dell'indice di aderenza che si ottengono hanno differenze generalmente intorno all'1%, differenze senz'altro trascurabili rispetto alle incertezze introdotte nella misura delle grandezze geometriche. Le differenze sono modeste in quanto i valori $h_{n(j,l)}$, $c_{n(j)}$ e il prodotto $L_{n(j,l)} \text{sen } \mathbf{b}_{n(j,l)}$ differiscono poco dal loro valore medio.

Nel caso della tipologia 2 della tabella ulteriori differenze con la formula generale sono introdotte considerando con gli stessi pesi i termini $L_{n(j,l)}$, $h_{n(j,l)}$ e $\text{sen } \mathbf{b}_{n(j,l)}$ mentre quelli relativi alla faccia con due inclinazioni andrebbero considerati con peso $\frac{1}{2}$.

² La norma prevede $k=2$ ma è chiaramente errato nei confronti di barre con più di 2 facce

Misura delle grandezze geometriche

Ricalco della barra

Preliminarmente alla misura delle grandezze geometriche viene realizzato un ricalco della barra facendola rotolare su un foglio di carta con interposto una carta copiativa. L'immagine che si ottiene è lo sviluppo della superficie laterale della barra con evidenziate le impronte delle nervature. L'immagine risulta speculare rispetto all'asse longitudinale per cui le inclinazioni delle nervature sono invertite.

Lunghezza della nervatura L_n

Secondo la norma [2] la lunghezza della nervatura va misurata alla base della nervatura e seguendo il profilo curvilineo del nocciolo della barra (figura 2). La misura, da effettuare direttamente sulla barra, risulta difficoltosa per il profilo non rettilineo da rilevare e molto imprecisa per gli strumenti utilizzati (normalmente una striscia di carta millimetrata). Ulteriori imprecisioni sono introdotte dalla stima dell'inizio e fine della nervatura.

In alternativa la lunghezza L_n può essere misurata più facilmente sul calco. In tal caso la lunghezza che si rileva è quella della sommità della nervatura che, visto il modo con cui si ottiene il ricalco, è maggiore di quella che si misurerebbe alla base della nervatura. Indicativamente la differenza può raggiungere il 10%.

Se si considera che la formula di Cavalieri-Simpson calcola l'area sottesa dal profilo curvilineo rispetto all'asse delle ascisse, mentre nelle barre generalmente il riferimento è un altro profilo curvilineo, conviene valutare quale delle due lunghezze, alla base o in sommità della nervatura, è conveniente inserire nella formula.

Sotto determinate ipotesi e con valori usuali di altezze di nervature (figura 5), risulta che le differenze utilizzando l'una o l'altra lunghezza sono circa le stesse e di segno opposto, intorno a valori del 5%.

E' quindi accettabile, oltre che più conveniente dal punto di vista pratico, effettuare la misura di L_n utilizzando il calco.

Qualche problema potrebbe nascere dalla eventuale presenza della nervatura continua longitudinale, che impedisce alla nervatura trasversale di ricalcarsi in prossimità di tali zone. In questo caso la lunghezza della nervatura sul calco deve essere opportunamente maggiorata, osservando direttamente sulla barra la corretta posizione delle estremità delle nervature.

Altezza della nervatura h_n

L'altezza è rilevata utilizzando un comparatore che si muove lungo il profilo longitudinale della barra. Normalmente sullo stesso profilo si misurano le altezze di 3 nervature consecutive e considerato il loro valore medio.

Per applicare la formula (2) è necessario misurare l'altezza lungo 3 profili disposti ai quarti della nervatura (come negli esempi di figura 5). Il posizionamento lungo tali direttrici risulta però difficoltoso e avviene in genere per stima dell'operatore, introducendo notevoli incertezze.

Seno dell'inclinazione della nervatura $\text{sen}b_n$

Utilizzando il ricalco della barra viene tracciata una linea che interpola l'impronta della nervatura. Di tale linea si rileva l'angolo rispetto all'asse longitudinale della barra e calcolato il seno, oppure si calcola direttamente il seno proiettandola su un asse ortogonale all'asse della barra.

Passo delle nervature c_n

Si utilizza il ricalco della barra o la barra stessa, misurando normalmente una lunghezza composta da 10 nervature per migliorare la risoluzione di lettura.

Ulteriori formule

In letteratura si possono trovare ulteriori formule per il calcolo dell'indice di aderenza. E' bene comunque sottolineare che la grandezza da calcolare è sempre la stessa e le differenze, talvolta anche notevoli, che si ottengono utilizzando l'una o l'altra formula sono da imputare, oltre che alla scarsa accuratezza nella misura dei parametri geometrici, anche alle approssimazioni introdotte dalle formule stesse. Come abbiamo già visto anche nella formula semplificata (3), oltre a considerare i valori medi delle grandezze geometriche, si è introdotto un'approssimazione sul calcolo dell'area della nervatura a profilo curvilineo (approssimazione di Cavalieri-Simpson su 4 intervalli) che portava a calcolare un'altezza fittizia secondo la (2).

La norma tedesca propone per i fili di reti e tralicci elettrosaldati [3]³ la formula

$$I_r = \frac{(pf - \sum e)(h_2 + 2(h_1 + h_3))}{6pfc} \quad (4)$$

dove e è la lunghezza della parti prive di nervature (figura 2) misurate su una sezione ortogonale all'asse della barra e le altezze nelle tre posizioni sono da intendersi come valori medi.

Considerando anche la (2), la formula è del tutto equivalente alla formula semplificata (3) se vale l'uguaglianza

$$(pf - \sum e) = kL \sin b$$

Dato che però il primo termine fa riferimento al diametro nominale della barra mentre le altre grandezze si riferiscono alla barra reale l'uguaglianza non è rispettata anche se l'approssimazione è senz'altro accettabile considerata la limitata variazione del diametro della barra equipesante rispetto al suo valore nominale.

La formula sarebbe perfettamente equivalente calcolando il termine $(pf - \sum e)$ come sommatoria delle lunghezze proiettate delle nervature, ponendo cioè

$$(pf - \sum e) \cong \sum_{j=1}^k L_{p(j)} = kL \sin b$$

Quest'ultima considerazione permette di migliorare la formula semplificata (3) evitando il rilievo della grandezza $\sin b$ e rilevando, direttamente sul calco, la lunghezza proiettata della nervatura in luogo della lunghezza inclinata.

Una ulteriore formula proposta per barre con 4 facce, dove un numero elevato di altezze da rilevare risulta oneroso, è la seguente

$$I_r = \frac{(pf - \sum e)2h_2}{3pfc}$$

³ La norma usa il termine f_R per indicare l'indice di aderenza ma per le considerazioni appena fatte la grandezza è sempre la stessa.

nella quale l'altezza h_2 è la media delle altezze valutate solo al centro della nervatura. Sempre considerando l'approssimazione di Cavalieri-Simpson l'altezza fittizia risulta essere pari a $2/3h_2$ che corrisponde al caso di profilo parabolico della nervatura.

Da ultimo si ricorda la formula proposta per il controllo interno dalla norma [2] al punto B.8.2

$$I_r = g \frac{h_2}{c} \quad (5)$$

dove si rileva solo l'altezza al centro e il passo delle nervature mentre il termine g viene determinato dal confronto con formule più accurate che tengono conto di un numero superiore di parametri geometrici.

Considerazioni conclusive

Il calcolo dell'indice di aderenza fornisce risultati poco precisi in termini di accuratezza se si confrontano con quelli ottenuti da altre prove sugli acciai come la prova di trazione. Indicativamente sulla stessa barra e sulle stesse nervature, con operatori diversi, i valori possono variare del $\pm 10\%$ rispetto al valore medio se le misure sono eseguite in condizioni favorevoli mentre si può raggiungere anche il doppio se le misure sono fatte su diametri piccoli 5-8 mm e provenienti da rotolo o bobine.

Questo fatto è dovuto principalmente alla scarsa accuratezza con cui possono essere rilevati i parametri geometrici della barra. Basti pensare alla misura della lunghezza della nervatura per barre di piccolo diametro (es. $\phi 5$ trafilato a freddo) dove una risoluzione di lettura dell'ordine del millimetro introduce variazioni dell'indice di aderenza anche del 20%. Oppure si consideri la metodologia di misura dell'inclinazione delle nervature, eseguita tracciando una linea interpolante la traccia lasciata sul calco dalla nervatura.

Ulteriori approssimazioni, di rilevanza però inferiore, si introducono anche con le formule utilizzate che normalmente approssimano l'area della nervatura utilizzando la formula di Cavalieri-Simpson

Un calcolo più accurato dell'indice di aderenza può essere fatto solo utilizzando strumentazioni più sofisticate che attualmente non è pensabile possano diffondersi a livello capillare.

La formula (4), una volta valutato il coefficiente g utilizzando strumentazioni adeguate, potrebbe fornire un risultato sufficientemente accurato, riducendo il calcolo alla misura di due soli parametri geometrici facilmente rilevabili, eliminando invece la misura di molti altri parametri geometrici di più complessa rilevazione, la cui conoscenza non porta ad ottenere risultati più accurati.

Riferimenti Normativi

- [1] Decreto Ministeriale 9 gennaio 1996 "Norma tecniche per il calcolo, l'esecuzione e il collaudo delle strutture in cemento armato, normale e precompresso e per le strutture metalliche"
- [2] UNI ENV 10080 31/5/1997 – Acciaio per cemento armato. Armature per cemento armato saldabili nervate B500. Condizioni tecniche di fornitura per le barre, rotoli e reti saldabili.
- [3] DIN 488 Part 5 – Reinforcing steel; Reinforcing steel fabric and wire; testing

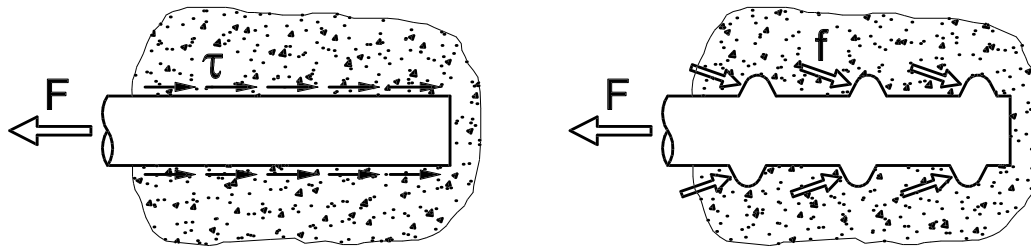


Figura 1 - Sviluppo dell'aderenza su una barra liscia e una barra ad aderenza migliorata

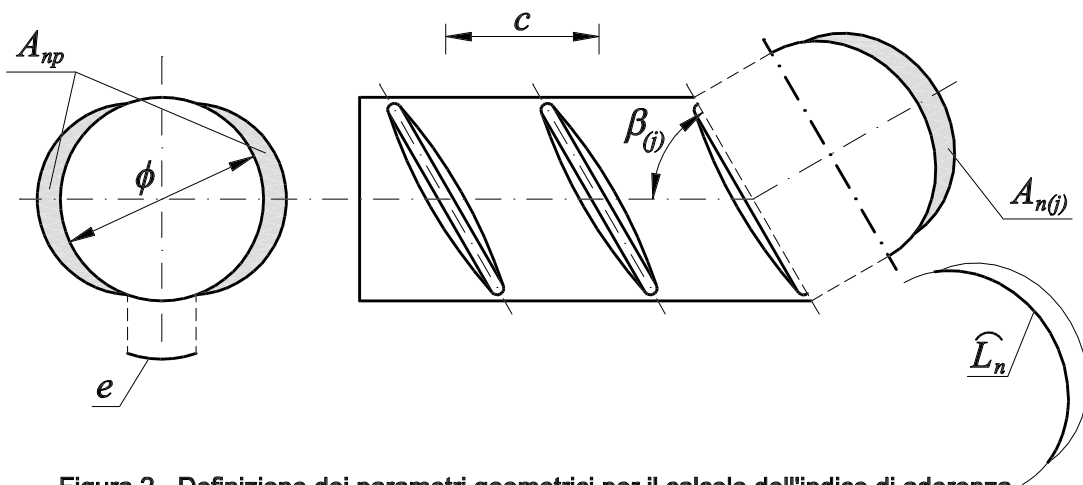


Figura 2 - Definizione dei parametri geometrici per il calcolo dell'indice di aderenza

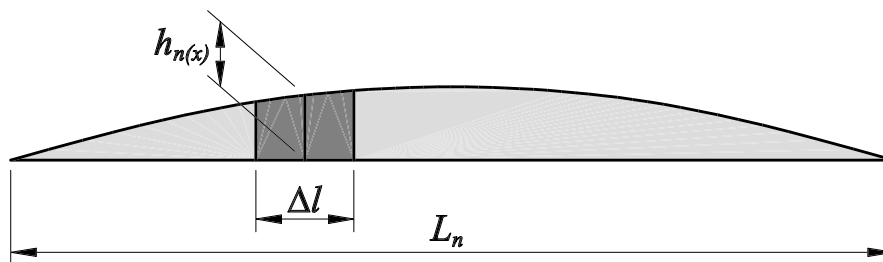


Figura 3 - Parametri per il calcolo dell'area della nervatura secondo la norma [1]

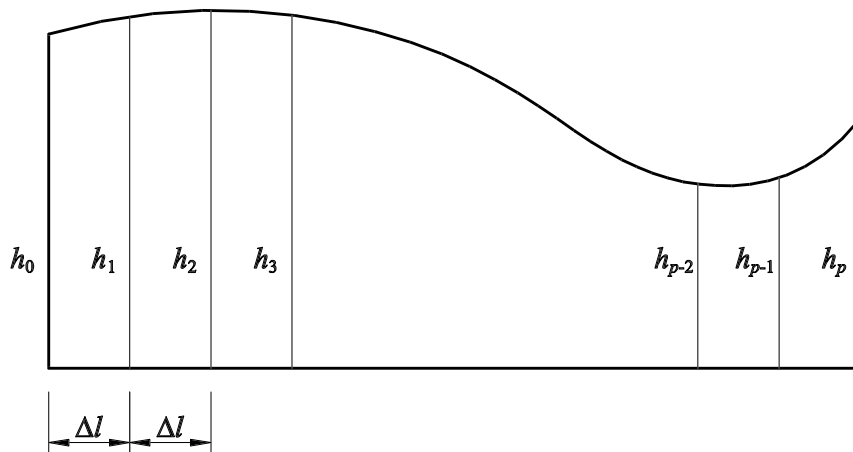
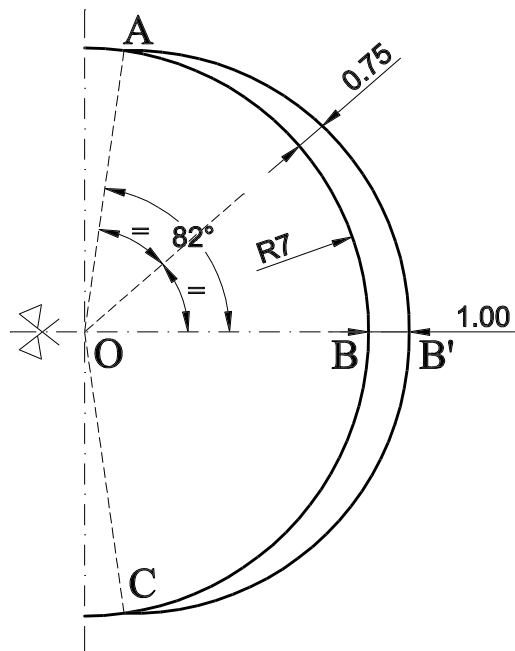


Figura 4 - Parametri per l'utilizzo della formula di Cavalieri-Simpson



Ipotesi:

ABC arco di cerchio con centro in O

AB' e B'C archi di cerchio passanti per le altezze indicate

B' punto angoloso

altezze misurate radialmente al centro O

Si ricava:

$$L_{ABC} = 20.04 \text{ mm}$$

$$L_{AB'C} = 22.06 \text{ mm}$$

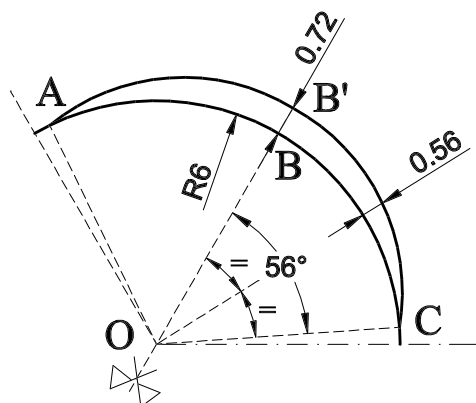
$$A_n = 14.07 \text{ mm}^2$$

Se $A_n = L_n h_n$

ponendo $h_n = 0.667 \text{ mm}$

(appr. Cavalieri-Simpson)

si ottiene $L_n = 21.11 \text{ mm}$



Ipotesi:

ABC arco di cerchio con centro in O

AB' e B'C archi di cerchio passanti per le altezze indicate

B' punto angoloso

altezze misurate radialmente al centro O

Si ricava:

$$L_{ABC} = 11.73 \text{ mm}$$

$$L_{AB'C} = 12.81 \text{ mm}$$

$$A_n = 6.06 \text{ mm}^2$$

Se $A_n = L_n h_n$

ponendo $h_n = 0.493 \text{ mm}$

(appr. Cavalieri-Simpson)

si ottiene $L_n = 12.29 \text{ mm}$

Figura 5 - Lunghezza della nervatura per una barra $\phi 14$ a 2 facce e una barra $\phi 12$ a 3 facce